＜ 高校１年生＞

助動詞 will と be going to ~は同じ未来を表す表現だと習いますが、違う表現なのですから全く同じつまり、100%イコールだということではありません。決定的な用法の違いと言うと、

I **am going to** do something. = I have already decided to do it, I intend to do it.

(すでにしようと決めていること、あるいはするつもりで準備していることを「する」というとき、I am going to を使います。)

I **will** do something. = I decide to do something at the time of speaking.

(話をしている時点でしようと決めたことを「する」というとき、I will を使います。)

があります。また、今の状況から考えて、そうなるであろうことが十分考えられるときも be going to ~を使います。たとえば、

Look at those dark clouds!　It**'s going to** rain.　(ほら、あの黒い雲を見てよ。雨が降るよ。)

という場合などがそうです。文字通り、be going to は「～に進んでいく」ということを表しているわけですから、黒い雲が発生していれば、十分雨が降ると考えられますし、**「雨が降る」という状況に向かって進んでいるととらえているのです**。これを will で言うことはありません。もちろん、明日の天気予報をするときは It **will** rain tomorrow.ということはできます。その時点での予報ですから、狂うことはありますよ、ということが含まれているわけです。

さらに、I **was going to** do something. = I intended to do it, but didn't it.になります。未来を表す表現なのに過去形(?)なんて…変だなと思わないで下さい。とにかく、過去の時点で「**するつもりでいた**」という意味なのです。ここが、英語の時制の醍醐味です。過去形というのは基本的には「過去の事実」のみを表します。ゆうべはテスト勉強を「するつもりでいた」のです。準備万端ととのえて机に向かったのです。テスト勉強に向かってまっしぐらに進んでいくはずでした。ところが、途中で眠ってしまった！夕べの時点では「**勉強するつもりはあったのだ**」と弁解したくなります。それがこの過去形なのです。ただ、実現したのなら「するつもりだった」とはいわないですね。そう言いたくなるのは実現できなかったときです。だから、I was going to study last night.と言えば、弁解になるのです。

一方、will は次のような状況で用いられます。

1) Offering to do something　(何か提案するとき)

Your bag looks very heavy.　I**'ll** help you with it.　(君のバッグは重そうだね。持つのを手伝おうか。)

2) Agreeing to do something　(依頼を引き受けるとき)

“Can you give Ken this book?”　(「この本をケンに渡してもらえる？」)

“Sure, I**'ll** give it to him when I see him this afternoon.”　(「いいよ、午後に会ったら渡

しておくよ。」）

3) Promising to do something　（何かを約束するとき）

"I need some money."　（「お金が要るんだ。」）

"OK, I**'ll** lend you some.　How much do you need?"　（「わかった、貸すよ。いくら要るんだい？」）

4) Asking somebody to do something　（何かを依頼をするとき）

Will you please be quiet?　I'm trying to concentrate.　（静かにしてくれないか。集中するところなんだ。）

さらに、次のような語句と共に will が使われます。

probably: I**'ll** *probably* be home late tonight.　（おそらく今夜遅くなら家にいますよ。）

I expect: *I expect* the test **will** take two hours.　（そのテストは 2 時間かかると思うよ。）

I'm sure: Don't worry about the exam.　*I'm sure* you**'ll** pass.　（試験のことは心配するな。きっと合格するよ。）

I think: *Do you think* Sarah **will** like the present?　（サラはプレゼントを気に入ってくれると思うかい？）

I don't think: *I don't think* the exam **will** be very difficult.　（試験はそんなに難しくないと思うよ。）

I guess: "What are you doing after dinner?"　"I don't know.　*I guess* I**'ll** read the paper."

（「夕食後君は何をするつもり？」　「わからないけど、新聞でも読んでいるかなあ。」）

I suppose: *Do you suppose* Sally and David **will** get married?　（サリーとデイビッドが結婚すると思うかい？）

I doubt: *I doubt* you**'ll** need a heavy coat in Las Vegas.　It's warm there.

（ラスベガスに行けば暑いコートは必要ないよ。　たいてい暖かいからね。）

I wonder: *I wonder* if he**'ll** come.　（彼は来るかどうか、あやしいね。）

さあ、次のような場合、will、be going to のどちらを使いますか。よく考えて答えてください。

1. It's a nice day, so you have decided to take a walk.　Just before you go, you'll tell your friend.

You: The weather's to nice to stay indoors.　I ____________________ take a walk.

2. You and a friend come home very late. Other people in the house are asleep.　Your friend is noisy.

You:　Shh!　Don't make so much noise.　You ________________________ wake everybody up.

3. Your friend is worried because she has lost an important letter.

You: Don’t worry about the letter.　I’m sure you ___________________ find it.

4. John has to go to the airport to catch a plane tomorrow morning.

John: Ann, I need a ride to the airport tomorrow morning.

Ann: That’s no problem.　I _____________________ take you.　What time is your flight?

John: 10:50.

Ann: OK, we _____________________ leave at about 8:00.

Later that day, Joe offers John a ride to the airport.

Joe:　John, do you want me to take you to the airport?

John: No, thanks, Joe.　Ann ______________________ take me.

どうですか？will と be going to の用法の違いがつかめましたか。(解答は下欄にあります。)

解答1. am going to　2. will　3. will　4.will, will, is going to

＜ 高校2年生＞

2^{100} と 100^2 は 26 桁違う

〜極限の計算について〜

数学Ⅲで、極限の計算が出てきます。極限の計算では、$\dfrac{\infty}{\infty}$ や $\dfrac{0}{0}$ の形がよく出てきますが、このような場合、無限大(小)の大きさの感覚を持っておくと、見通しよく計算することができます。ここでは、$x \to \infty$ のとき、∞に発散する $f(x)$, $g(x)$ について、

$$\frac{g(x)}{f(x)} \fallingdotseq 1 \text{ のとき } f(x) \fallingdotseq g(x) \qquad \text{（正式の } f-g \fallingdotseq 0 \text{ の意味ではない）}$$

$$\frac{g(x)}{f(x)} \fallingdotseq 0 \text{ のとき } f(x) \gg g(x) \qquad \text{（}\gg\text{は非常に大きいこともあらわす）}$$

と表すことにします。$x \to 0$ のとき 0 に収束する $f(x)$, $g(x)$ についても、この記号を上の意味で用います。

1. 無限大どうしの比較

x が十分大きいとき、x^3 と x ではもちろん x^3 のほうが大きいのですが、どれくらい大きいのでしょうか。

それには、両者の『比』をとって調べます。

$\dfrac{x^3}{x} = x^2$ だから、x に対して x^3 は、$x = 100$ のとき、1 万倍、$x = 10000$ のとき、1 億倍、

……となり、非常に大きく、逆に x は x^3 に比べると塵と化してしまいます。よって、$x \ll x^3$, $x^3 + x \fallingdotseq x^3$ とみなしてかまいません。

次の 2 つの極限は有名です。

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^k}{a^x} = 0, \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{\log x}{x^k} = 0 \qquad (a>1,\ k>0)$$

「a^x から見た x^k，x^k から見た $\log x$ は、無視できるほど小さい」という感覚が大切です。

$$a^x \gg x^k \gg \log x$$

と大きさを変えて書いてもいいくらいの差があるわけです。

つまり、　**指数関数≫整関数≫対数関数**　というわけで、$2^x \gg x^2$ です。$x=100$ のときが、表題の場合です。

2^{100} と 100^2 では、2^{100} のほうが遥かに大きいことにピンと来るようにしたいものです。

さて、次の極限（∞/∞の形）を考えてみましょう。

例　$$\lim_{t\to\infty}\frac{t\sqrt{1+t^2}}{t^2+\left(1+\sqrt{1+t^2}\right)\log t}$$

分母の $(1+\sqrt{1+t^2})\log t \fallingdotseq (1+t)\log t \fallingdotseq t\log t$ で、これは $t^2 = t$・t に比べるとほとんど 0 であるから、

分母 $\fallingdotseq t^2$ で、分子 $\fallingdotseq t$・t により、$\dfrac{t^2}{t^2} = 1$ が極限値となります。

きちんと答案にするには、今近似した t^2 で分母分子を割れば、ともに 1 に収束し、1/1 で解決です。

また、$a > b > 1$ なら、$a^n + b^n \fallingdotseq a^n$ です。これは、$\dfrac{b^n}{a^n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n \to 0$ からわかります。

2. 無限小の場合

無限小（限りなく 0 に近い）にも大小があります。x^2 も x^3 も $x\to 0$ のとき 0 に収束するから同じじゃないかとひとくくりにはできません。たとえば、$(10^{-10})^2$ と $(10^{-10})^3$ は、どちらも 0 のようなものですが、なんと、10^{10}＝100 億倍違うのです!!　x^2 を $x(\fallingdotseq 0)$倍した x^3 のほうがうんと小さいので、$x^3 \ll x^2$, $x^2 + x^3 \fallingdotseq x^2$ です。

整関数に限りません。

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1, \qquad \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2} \qquad \cdots\cdots①$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1, \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\log(1+x)}{x}=1$$

も利用できます。$x\to 0$ のとき $\sin x \fallingdotseq x$ だから、

$$\frac{\sin 5x}{\sin 3x}\fallingdotseq\frac{5x}{3x}=\frac{5}{3}, \qquad \frac{\sin(\sin x^2)}{x\sin x}\fallingdotseq\frac{\sin x^2}{x\cdot x}\fallingdotseq\frac{x^2}{x^2}=1$$

また、①により、$x\to 0$ のとき、$\cos x \fallingdotseq 1-\dfrac{1}{2}x^2$　なので、

$$\frac{\cos x-\cos 3x}{x^2}\fallingdotseq\frac{\left(1-\frac{1}{2}x^2\right)-\left(1-\frac{1}{2}(3x)^2\right)}{x^2}=4$$

という計算で、極限値の目星がつきます。

どうですか？　無限大や無限小の大きさの感覚がつかめましたか？